Расчет на основе уравнения массопередачи

Этот метод, базирующийся на применении уравнения массопередачи, более точен, но для него требуется значительно большее число разнообразных данных.

Рассмотрим противоточный колонный аппарат с непрерывным контактом фаз. Будем полагать процесс стационарным, а обе фазы движущимися в режиме идеального вытеснения (МИВ по газовой и жидкой фазе). Считаем, что имеются 3 компонента, химически не взаимодействующие, а фазы являются бинарными растворами. Пусть заданы величины $G_н, y_н, L_н, x_н$ и $y_к$. Требуется определить высоту рабочей части аппарата H.

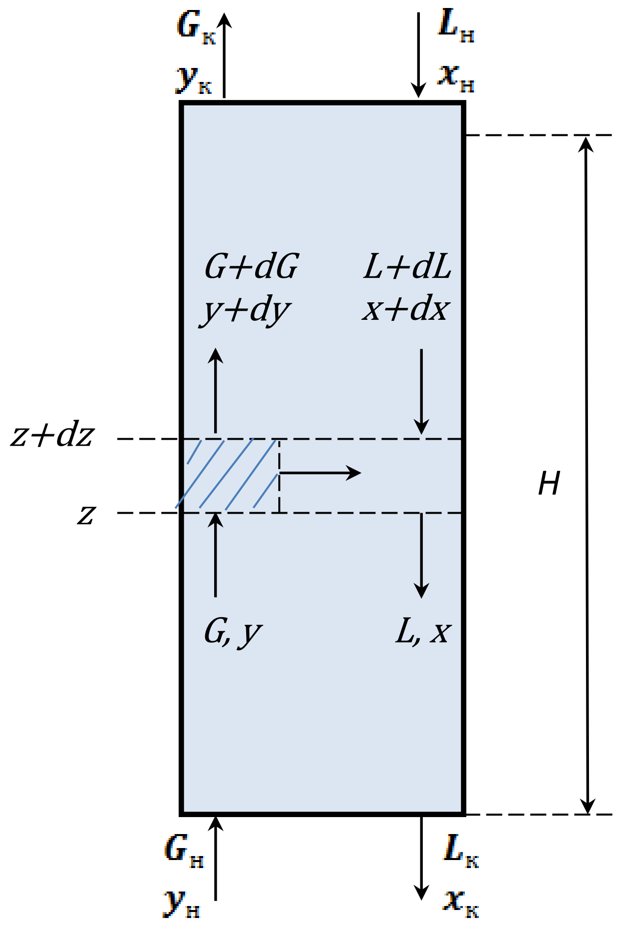

Рис. 4 Аппарат с непрерывным контактом фаз. На произвольном уровне z выбрано малое сечение высотой dz.

Для произвольного малого сечения высотой dz поверхность контакта фаз в котором составляет dF (рис. 4) запишем уравнение материального баланса по распределяемому компоненту:

$$Gy - (G + dG)(y + dy) - K_y(y - y^*)dF = 0 \qquad (19)$$

Здесь первый член – вход распределяемого компонента в рассматриваемое сечение, второй – его выход с учетом изменения концентрации и расхода, третий член учитывает межфазный перенос, записанный в форме уравнения массопередачи.

Баланс по инертному компоненту в пределах рассматриваемого участка:

$$G(1 - y) - (G + dG)(1 - y - dy) = 0 \qquad (20)$$

Первый член уравнения (20) – вход инертного компонента в участок аппарата высотой dz, второй – его выход с учетом изменения его состава и расхода.

После открытия скобок в уравнении (20) и пренебрежения произведением $dGdy$, как бесконечно малой величиной более высокого порядка, будем иметь:

$$dG = \frac{Gdy}{1 - y} \qquad (21)$$

Открывая скобки в уравнении (19) получим:

$$-ydG - Gdy - K_y(y - y^*)dF = 0 \qquad (22)$$

После подстановки dG из (21) в (22) имеем:

$$-\frac{Gdy}{1-y} = K_y(y-y^*)dF \qquad (23)$$

Выражая поверхность контакта фаз через сечение аппарата S (м^2) и удельную поверхность контакта фаз **а** (м^2/м^3), получим:

$$dF = a \cdot S \cdot dz \qquad (24)$$

где: $S \cdot dz$ – объем рассматриваемого участка.

Тогда:

$$-\frac{Gdy}{1-y} = K_y aS(y-y^*)dz \qquad (25)$$

Разделяя переменные и интегрируя уравнение (25) в пределах от 0 до H и от $y_н$ до y_k, будем иметь:

$$\int_0^H dz = -\int_{y_н}^{y_k} \frac{Gdy}{K_y aS(1-y)(y-y^*)}$$

окончательно получаем:

$$H = \int_{y_k}^{y_н} \frac{Gdy}{K_y aS(1-y)(y-y^*)} \qquad (26)$$

Уравнение (26) и является общим для расчета высоты массообменной противоточной колонны с непрерывным контактом фаз. Здесь K_y – коэффициент массопередачи, выраженный через газовую фазу.

Проделав аналогичные операции для жидкой фазы, получили бы следующее выражение:

$$H = \int_{x_н}^{x_k} \frac{L dx}{K_x a S(1-x)(x^* - x)} \qquad (27)$$

здесь: K_x – коэффициент массопередачи, выраженный через жидкую фазу.

Уравнение (27) аналогично выражению (26) и в случае линейной зависимости $y^*(x)$, безразлично по какому соотношению считать. В большинстве практически важных случаев равновесная зависимость не линейна, поэтому расчет ведут по фазе, в которой сосредоточено основное сопротивление.

Следует отметить, что основная сложность использования уравнений (26) и (27) состоит в том, что подынтегральная функция не всегда известна. Это связано с изменением $G, K_y, L, K_x, y^*(x)$ по высоте клонны.

Например, равновесная концентрация y^* в газовой фазе является функцией состава жидкой фазы *x*, температуры *t*, и давления. Поскольку гидродинамическое сопротивление колонных аппаратов, как правило, незначительно (давления внизу и вверху аппарата не сильно отличаются), то полагают, что $y^*=f(x,t)$. Для изотермического процесса $y^*=f(x)$. Но главная сложность – учет изменения K_y (или K_x) по высоте аппарата.

Рассмотрим некоторые **частные случаи**.

а) Концентрации малы $y \to 0, x \to 0$, а линия равновесия – прямая $y = mx + m_0$.

Тогда $(1-y)\to 1$, а расходы фаз мало изменяются и $G_н \approx G_к \approx G$. Свойства также мало будут изменяться и уравнение (26) можно представить в форме:

$$H = \frac{G}{K_y aS}\int\limits_{y_к}^{y_н}\frac{dy}{y-y^*} = h_{oy}\cdot n_{oy} \qquad (28)$$

где: n_{oy} – общее число единиц переноса, выраженное через газовую фазу (безразмерная величина);

h_{oy} – общая высота единицы переноса, вычисленная по газовой фазе (м).

Уравнение материального баланса (6) можно представить в форме:

$$x = \frac{G}{L}y + x_н - \frac{G}{L}y_к = \frac{G}{L}y + B \qquad (29)$$

$$x = \frac{G}{L}y + x_к - \frac{G}{L}y_н = \frac{G}{L}y + B \qquad (30)$$

Тогда разность рабочей и равновесной концентраций после подстановки $x = \frac{G}{L}y + B$ в уравнение линии равновесия будет:

$$y - y^* = y - mx - m_o = y - \frac{mG}{L}y - mB - m_0 \qquad (31)$$

где $\frac{mG}{L} = F_м$ – фактор массопередачи (отношение наклонов равновесной и рабочей линий). И для общего числа единиц переноса n_{oy} имеем:

$$n_{oy} = \int_{y_к}^{y_н}\frac{dy}{y-y^*} = \int_{y_к}^{y_н}\frac{dy}{(1-F_M)y - mB - m_0} =$$

$$= \frac{1}{1-F_M}\ln[(1-F_M)y - mB - m_0]\ \Big|_{y_к}^{y_н}$$

Если $F_м \neq 1$, то:

$$n_{оу} = \frac{1}{1-F_M}\ln\frac{(1-F_M)y_н - mB - m_0}{(1-F_M)y_к - mB - m_0} =$$

$$= \frac{1}{1-F_M}\ln\frac{(1-F_M)y_н - mx_к + F_м y_н - m_0}{(1-F_M)y_к - mx_н + F_м y_к - m_0}$$

Здесь в числитель подставлено значение В из уравнения (30), а в знаменатель – из выражения (29), т.е.:

$$n_{оу} = \frac{1}{1-F_м}\ln\frac{y_н - mx_к - m_0}{y_к - mx_н - m_0} \qquad (32)$$

Если $F_м = 1$, то:

$$n_{оу} = \int_{y_к}^{y_н}\frac{dy}{y-y^*} = \int_{y_к}^{y_н}\frac{dy}{(1-F_M)y - mB - m_0} = \frac{y_к - y_н}{mB + m_0}$$

Или:

$$n_{оу} = \frac{y_к - y_н}{mx_к - y_н + m_0} = \frac{y_к - y_н}{mx_н - y_к + m_0} \qquad (33)$$

Выражения (32) и (33) также можно применять, если равновесную зависимость $y^*(x)$ аппроксимировать прямыми.

б) Концентрации не малы. Процесс протекает изотермически.

Если в уравнение (26) подставить величину G, выраженную из балансового соотношения (8)

$$G = \frac{G_н(1-y_н)}{1-y},$$

будем иметь:

$$H = \int_{y_k}^{y_н}\frac{Gdy}{K_y aS(1-y)(y-y^*)} = \int_{y_k}^{y_н}\frac{G_н(1-y_н)dy}{K_y aS(1-y)^2(y-y^*)} =$$

$$= \frac{G_н(1-y_н)}{K_y aS} \int_{y_k}^{y_н} \frac{dy}{(1-y)^2(y-y^*)} = h_{oy}^* \cdot n_{oy}^* \qquad (34)$$

где n_{oy}^* и h_{oy}^* – число единиц переноса и высота единицы переноса соответственно.

Выражение (34) получено в предположении, что коэффициент массопередачи K_y не меняется по высоте колонны. Следует помнить, что в силу аддитивности фазовых сопротивлений, имеем:

$$\frac{1}{K_y} = \frac{1}{\beta_y} + \frac{m}{\beta_x}$$

И даже если β_y и β_x существенно не меняются, величина m для концентрированных растворов не постоянна. Поэтому, строго говоря, соотношение (34) будет приемлемым, если:

$$\frac{1}{\beta_y} \gg \frac{m}{\beta_x},$$

т.е. сопротивление процессу практически сосредоточено в газовой фазе.

Если сопротивление сосредоточено в жидкой фазе, то расчет ведут по уравнению (27), которое в этом случает примет вид:

$$H = \frac{L_н(1-x_н)}{K_x aS} \int_{x_н}^{x_к} \frac{dx}{(1-x)^2(x^*-x)} = h_{ox}^* \cdot n_{ox}^* \qquad (35)$$

Выражения (26) и (27) получены в предположении движения обеих фаз в режиме идеального вытеснения (МИВ). Здесь необходимо рассмотреть еще один предельный случай, а именно: движение обеих фаз в **режиме идеального смешения** (МИС).

В данном случае нет необходимости в выделении элементарного объема, т.к. концентрации в такой системе не меняются и одинаковы в любой точке аппарата. Концентрация распределяемого компонента в газовой фазе будет равна $y_к$, а в жидкой – $x_к$.

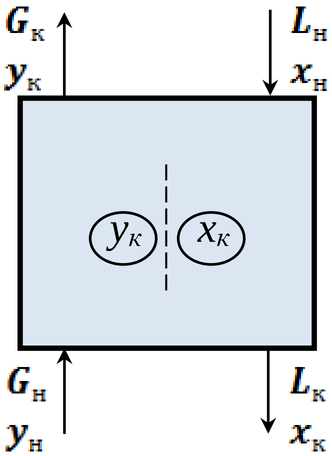

Рис. 5 Аппарат с непрерывным контактом фаз. Движение обеих фаз в режиме идеального смешения (МИС).

Уравнения материальных балансов будут выглядеть следующим образом:

$$G_н y_н - G_к y_к - K_y F[y_к - y^*(x_к)] = 0 \qquad (36)$$

$$G_н(1 - y_н) = G_к(1 - y_к) \qquad (37)$$

Здесь F– общая поверхность контакта фаз, которую можно представить как $F = aV$, где V – объем аппарата. Тогда выражая $G_к$ из (37) и подставляя в (36), имеем:

$$G_н y_н - \frac{G_н(1 - y_н)}{(1 - y_к)} \cdot y_к = K_y aV[y_к - y^*(x_к)],$$

откуда имеем для объема аппарата:

$$V = \frac{G_н(y_н - y_к)}{(1 - y_к)K_y a[y_к - y^*(x_к)]} \qquad (38)$$

При заданных $G_н, y_н, L_н, x_н, y_к$ определить необходимо только K_y, т.к. $y^*(x_к)$ находится легко при вычислении $x_к$ из уравнения материального баланса для всего аппарата (см. выражение 1):

$$x_к = \frac{G_н y_н + L_н x_н - G_к y_к}{L_к}$$

В соотношении (38) можно также выделить число единиц переноса, которое в данном случае будет:

$$n_{oy} = \frac{y_н - y_к}{y_к - y^*(x_к)} \qquad (39)$$

Или, что то же:

$$n_{oy} = \int_{y_k}^{y_н} \frac{dy}{y - y^*} = \int_{y_k}^{y_н} \frac{dy}{y_к - y^*(x_к)} = \frac{y_н - y_к}{y_к - y^*(x_к)}$$

Отметим, что выражения для чисел единиц переноса, полученные выше, применяются и для расчета аппаратов со ступенчатым контактом фаз. При этом рассматривают процесс массопередачи, протекающий непосредственно на тарельчатом устройстве, обычно полагая, что массообмен в межтарельчатом пространстве отсутствует.