

Расчет высоты аппаратов со ступенчатым контактом фаз

1. Расчет на основе понятия теоретической ступени разделения (теоретической тарелки).

Отличительной особенностью тарельчатых аппаратов по сравнению с аппаратами с непрерывным контактом фаз является дискретность контакта взаимодействующих фаз, т.е. процесс массопередачи имеет место только на тарелке, а между тарелками фазы считают не взаимодействующими.

В этом случае рабочая линия не является сплошной, а представляется точками, в каждой из которых средние концентрации распределяемого компонента в фазах взяты для отдельных сечений колонны.

Расчет числа ступеней ведется также снизу вверх от тарелки к тарелке с использованием уравнений рабочих линий $y_n(x_n + 1)$ или $Y_n(X_n + 1)$ (уравнения 11 и 12) и равновесных зависимостей $y_n^*(x_n)$ или $Y_n^*(X_n)$ (соотношения 17). Отметим, что указанные зависимости справедливы в отсутствие взаимного уноса фаз. Алгоритм расчета тот же, что приведен на рис. 2.

При известной средней эффективности η (среднего коэффициента полезного действия ступени), число реальных ступеней (действительных тарелок) N находят из выражения:

$$N = N_\tau / \eta \quad (40)$$

Основная трудность метода – поиск среднего КПД η , значение которого, как правило, берется для известных конструкций тарелок и близких по свойствам смесей. Его значение вычисляется по известным эмпирическим корреляциям, которые можно найти в специальной литературе.

2. Расчет на основе уравнения массопередачи.

Полученные ранее выражения для чисел единиц переноса широко используются для расчета тарельчатых колонных аппаратов. При этом обычно определяют коэффициент эффективности контактного устройства (тарелки) E_y по Мэрфри. Тогда для " n "-ной тарелки имеем для газовой фазы:

$$E_y = \frac{y_{n-1} - y_n}{y_{n-1} - y^*(x_n)} \quad (41)$$

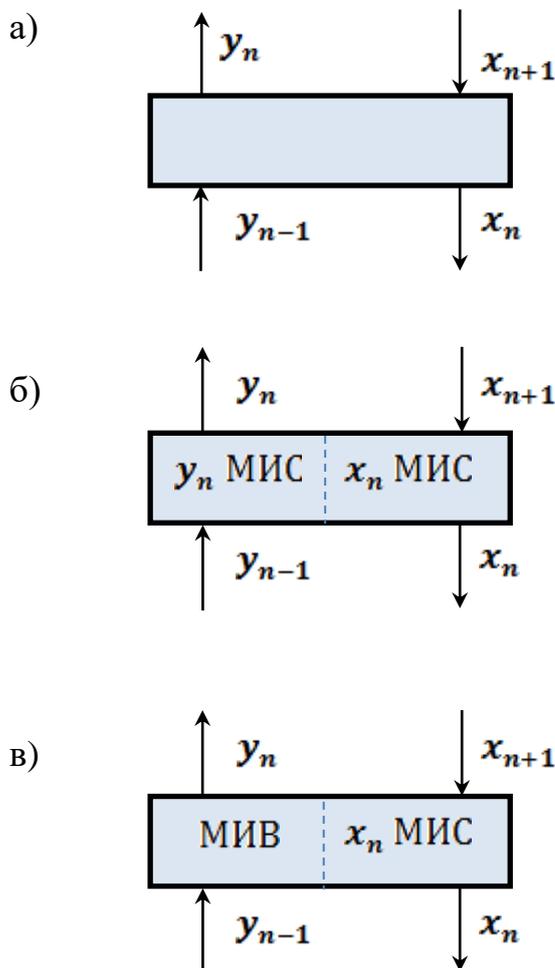


Рис. 6 Схематическое изображение " n "-ной тарелки (а); режим идеального смешения (МИС) в обеих фазах (б); режим идеального вытеснения (МИВ) в газовой фазе и режим идеального смешения (МИС) в жидкой фазе (в).

Эффективность по Мэрффи очень просто связать с числами единиц переноса, которые в данном случае рассматриваются **в пределах тарельчатого устройства.**

Так, в случае режима идеального смешения в обеих фазах на "*n*"-ной тарелке будем иметь (см. выражение 39 и рис. 6б):

$$n_{0y} = \frac{y_{n-1} - y_n}{y_n - y^*(x_n)} \quad (39')$$

Преобразуем (39') следующим образом, добавляя и вычитая из знаменателя y_{n-1} :

$$\begin{aligned} n_{0y} &= \frac{y_{n-1} - y_n}{y_n - y^*(x_n) + y_{n-1} - y_{n-1}} = \frac{1}{\frac{y_{n-1} - y^*(x_n)}{y_{n-1} - y_n} + \frac{y_n - y_{n-1}}{y_{n-1} - y_n}} = \\ &= \frac{1}{\frac{1}{E_y} - 1} = \frac{E_y}{1 - E_y} \end{aligned}$$

Таким образом, в случае МИС в обеих фазах, имеем:

$$E_y = \frac{n_{0y}}{1 + n_{0y}} \quad (42)$$

Выражение (42) используется в случае малых концентраций. При этом никаких ограничений на $y^*(x_n)$ не накладывается.

Ранее было определено общее число единиц переноса по газовой фазе (см. выражение 28). Тогда для "*n*"-ной тарелки можно записать:

$$n_{0y} = \int_{y_n}^{y_{n-1}} \frac{dy}{y - y^*} \quad (28')$$

Если принять режим идеального вытеснения в газовой фазе и режим идеального смешения в жидкой (см. рис. 6в), величина y^* будет постоянной

и равной $y^*(x_n)$, поскольку в пределах жидкой фазы концентрация будет постоянной и равной конечной x_n .

Тогда:

$$n_{oy} = \int_{y_n}^{y_{n-1}} \frac{dy}{y - y^*(x_n)} = \ln \frac{y_{n-1} - y^*(x_n)}{y_n - y^*(x_n)}$$

т.е.:

$$\frac{y_n - y^*(x_n)}{y_{n-1} - y^*(x_n)} = e^{-n_{oy}}$$

Добавляя и вычитая из числителя y_{n-1} и последующего почленного деления, будем иметь:

$$e^{-n_{oy}} = \frac{y_n - y^*(x_n) + y_{n-1} - y_{n-1}}{y_{n-1} - y^*(x_n)} = 1 - \frac{y_{n-1} - y_n}{y_{n-1} - y^*(x_n)} = 1 - E_y$$

Таким образом, для случая МИВ в газовой фазе и МИС в жидкой, получим:

$$E_y = 1 - e^{-n_{oy}} \quad (43)$$

Соотношение (43) применяется в случае малых концентраций при расчетах абсорбционных и экстракционных колонн а также, для ректификационных, если используются мольные концентрации и мольные потоки. Отметим, что в пределах данной тарелки линия равновесия должна быть линейной, поскольку при получении (28') коэффициент массопередачи K_y был вынесен из под знака интеграла (см. уравнение 28).

Следует подчеркнуть, что выражения (42) и (43) основаны на идеализированных представлениях о структуре потоков на тарелках. Расчет числа реальных тарелок строится на основе более сложных моделей

движения фаз, таких как ячеечная, ячеечная с обратными потоками, диффузионная. При этом их комбинируют, учитывая реальную картину движения фаз.

Величины E_y в выражениях (42) и (43) называют **локальными эффективностями на тарелке** и обозначают E_0 , в отличие от эффективностей E_{My} , рассчитываемых для переточных тарелок с учетом взаимного направления движения фаз, неидеальности перемешивания, уноса и т.д.

Отметим также, что рекомендуемые в литературе соотношения для расчета E_{My} являются строгими при постоянстве расходов фаз и линейной равновесной зависимости. В пределах одной ступени (тарелки) изменение расходов фаз и наклона линии равновесия, как правило, невелико.

Расчет числа реальных ступеней можно построить на основе следующих уравнений:

$$G_{n-1}y_{n-1} + L_{n+1}x_{n+1} - G_n y_n - L_n x_n = 0 \quad (44)$$

$$G_{n-1}(1 - y_{n-1}) - G_n(1 - y_n) = 0 \quad (45)$$

$$L_{n+1}(1 - x_{n+1}) - L_n x_n = 0 \quad (46)$$

$$L_{n+1} + G_{n-1} - G_n - L_n = 0 \quad (47)$$

$$E_{yn} = \frac{y_{n-1} - y_n}{y_{n-1} - y^*(x_n)}; \quad E_{yn} = f \left[(n_{0y})_n \right] \quad (48)$$

В случае малых концентраций и линейности равновесной зависимости $y^* = mx + m_0$, расходы фаз можно считать неизменными, свойства будут мало изменяться, K_y и E_y можно принять постоянными.

Представим уравнение (44) в виде:

$$x_n - x_{n+1} = \frac{G}{L}(y_{n-1} - y_n) \quad (44')$$

А соотношение (48) в форме:

$$y_{n-1} - y_n = E_y[y_{n-1} - y^*(x_n)] = E_y(y_{n-1} - mx_n - m_0) \quad (49)$$

Для вышележащей ступени имеем:

$$y_n - y_{n+1} = E_y(y_n - mx_{n+1} - m_0) \quad (50)$$

Вычитая из (49) (50), получим:

$$\begin{aligned} y_{n-1} - y_n - (y_n - y_{n+1}) &= E_y(y_{n-1} - mx_n - m_0) - E_y(y_n - mx_{n+1} - m_0) = \\ &= E_y[y_{n-1} - y_n - m(x_n - x_{n+1})] \end{aligned}$$

Подставляя в последнее выражение значение $(x_n - x_{n+1})$ из (44'), будем иметь:

$$\begin{aligned} y_{n-1} - y_n - (y_n - y_{n+1}) &= E_y \left[y_{n-1} - y_n - \frac{mG}{L}(y_{n-1} - y_n) \right] = \\ &= E_y(y_{n-1} - y_n) \left(1 - \frac{mG}{L} \right) \end{aligned}$$

или:

$$(y_n - y_{n+1}) = (y_{n-1} - y_n)(1 - E_y + E_y F_M)$$

Обозначая $(1 - E_y + E_y F_M) = \lambda$, с учетом (49) и (50), получим:

$$\lambda(y_{n-1} - mx_n - m_0) = (y_n - mx_{n+1} - m_0)$$

т.е. имеем систему уравнений:

$$\begin{aligned}
 n = 1 & \quad \lambda(y_0 - mx_1 - m_0) = (y_1 - mx_2 - m_0) \\
 n = 2 & \quad \lambda(y_1 - mx_2 - m_0) = (y_2 - mx_3 - m_0) \\
 n = 3 & \quad \lambda(y_2 - mx_3 - m_0) = (y_3 - mx_4 - m_0) \\
 & \quad \vdots \\
 n = N & \quad \lambda(y_{N-1} - mx_N - m_0) = (y_N - mx_{N+1} - m_0)
 \end{aligned}$$

Откуда получим:

$$\lambda^N (y_0 - mx_1 - m_0) = y_N - mx_{N+1} - m_0$$

или:

$$N = \frac{\ln \frac{y_N - mx_{N+1} - m_0}{y_0 - mx_1 - m_0}}{\ln \lambda}$$

Но $y_0 = y_H$; $x_1 = x_K$; $y_N = y_K$; $x_{N+1} = x_H$ (см. рис. 1б). Таким образом, число реальных ступеней будет:

$$N = \frac{\ln \frac{y_K - mx_H - m_0}{y_H - mx_K - m_0}}{\ln \left(1 - E_y + E_y \frac{mG}{L} \right)} \quad (51)$$

Отметим, что эффективность по Мэрфри для теоретической тарелки равна 1. Подставляя $E_y = 1$ в (51), получим для числа теоретических ступеней N_T :

$$N_T = \frac{\ln \frac{y_K - mx_H - m_0}{y_H - mx_K - m_0}}{\ln \frac{mG}{L}} \quad (52)$$

И для среднего КПД ступени η будем иметь:

$$\eta = \frac{N_T}{N} = \frac{\ln \left(1 - E_y + E_y \frac{mG}{L} \right)}{\ln \frac{mG}{L}} \quad (53)$$

Расчет числа реальных ступеней с **учетом эффективности каждой ступени по Мэрффри**, как и расчет теоретических ступеней, основывается на последовательном определении составов фаз, уходящих со всех ступеней. Рекомендуется начинать расчет с того конца аппарата, куда входит фаза, по которой выражается эффективность ступени (E_{My} или E_{Mx}). Основное отличие алгоритма расчета числа реальных ступеней от приведенного ранее алгоритма расчета числа теоретических ступеней состоит в том, что для каждой ступени требуется определение ее эффективности. Для этого необходимо иметь данные, позволяющие находить общее число единиц переноса, а в случае применения сложных моделей структуры потоков – также и данные для определения параметров этих моделей.

Общие числа единиц переноса обычно определяют из эмпирических уравнений, составленных для частных (фазовых) чисел единиц переноса, которые связаны уравнениями аддитивности (следствие закона аддитивности диффузионных сопротивлений):

$$\frac{1}{n_{0y}} = \frac{1}{n_y} + \frac{mG}{L} \cdot \frac{1}{n_x}; \quad \frac{1}{n_{0x}} = \frac{1}{n_x} + \frac{L}{mG} \cdot \frac{1}{n_y} \quad (54)$$

где:

$$n_y = \beta_y F/G \quad \text{и} \quad n_x = \beta_x F/L$$

Если расчет начинается с низа колонны, со ступени, на которую поступает исходный (очищаемый) газ, как показано на рис. 7, значение m обычно принимают равным тангенсу угла наклона линии равновесия в точке, соответствующей составу жидкости, покидающей эту ступень ($x_1 = x_k$). За расход жидкости (абсорбента) принимают его значение на выходе из рассматриваемой ступени, а в качестве расхода газа – его величину на входе в эту ступень. В случае, если расходы фаз существенно изменяются, принимают их средние для каждой ступени значения, которые можно определить, повторяя расчет несколько раз.

Возможная схема алгоритма расчета приведена на рис. 7:

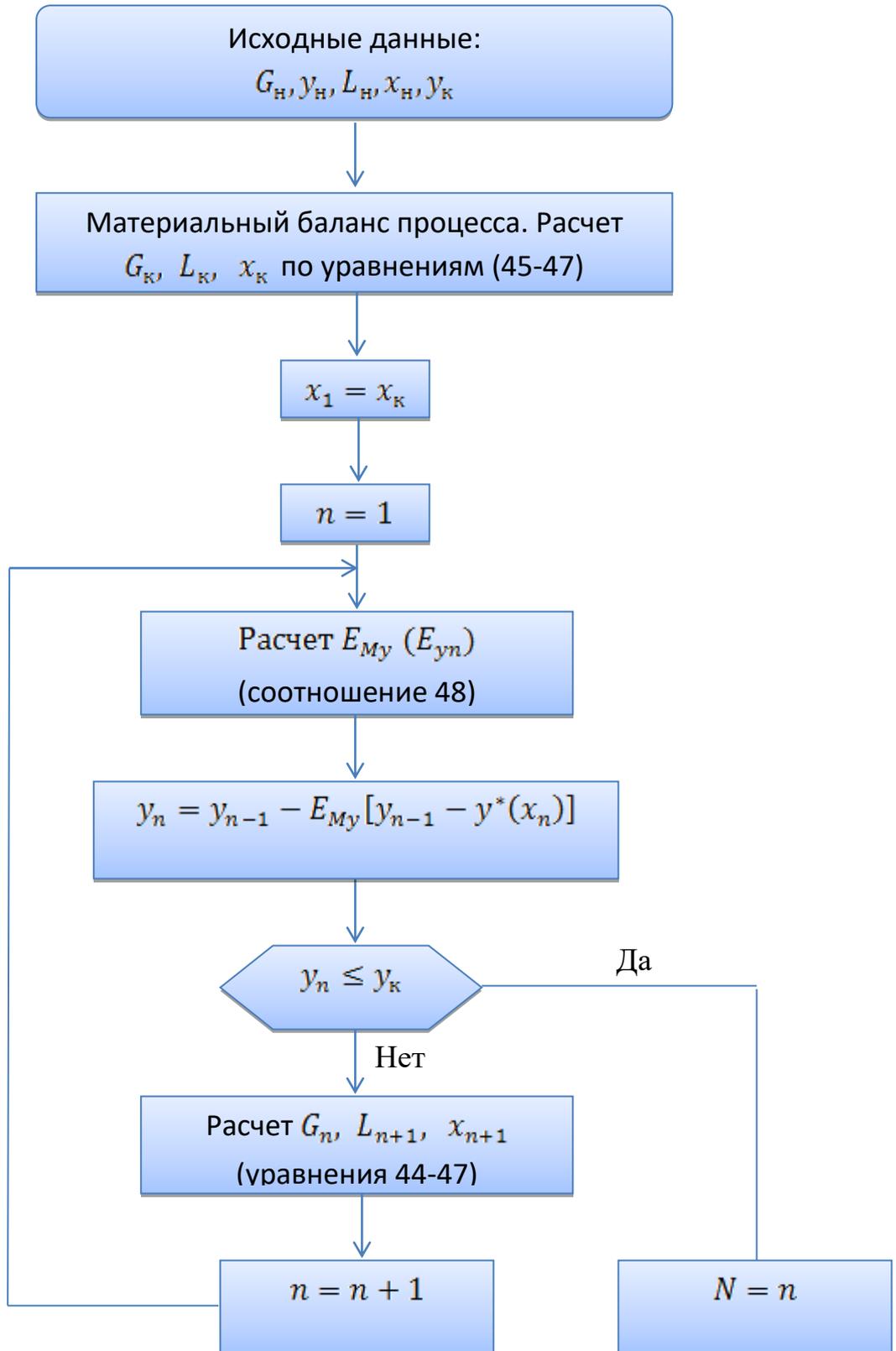


Рис. 7 Алгоритм расчета числа реальных ступеней (на примере абсорбции в изотермических условиях).

Описанный метод обычно называют расчетом “от ступени к ступени”.

Графической иллюстрацией данного способа расчета является так называемый метод кинетической (псевдоравновесной) линии.

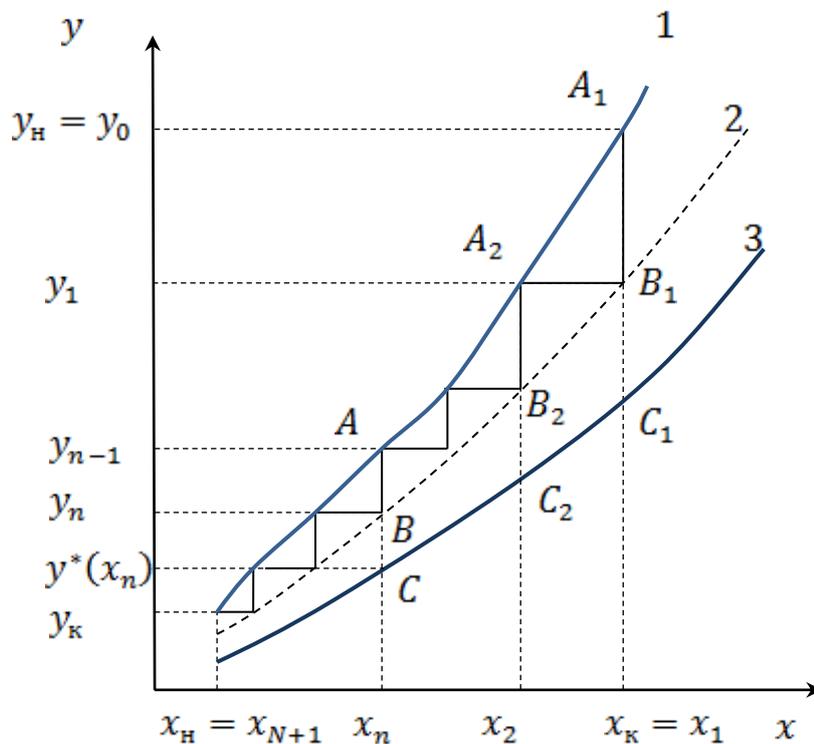


Рис. 8. К определению числа реальных ступеней разделения по методу кинетической (псевдоравновесной) линии. 1 – рабочая линия, 2 – кинетическая, 3 – равновесная.

В координатах $x - y$ (или $X - Y$) строятся равновесная $y^*(x)$ и рабочая $y(x)$ линии (рис. 8). Для нескольких точек (в достаточном количестве, чтобы построить плавную линию), начиная от точки A_1 , определяются эффективности по Мэрфри. Для n -ной ступени имеем:

$$E_{My} = \frac{y_{n-1} - y_n}{y_{n-1} - y^*(x_n)} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$$

Отрезки AC после построения равновесной $y^*(x)$ и рабочей $y(x)$ линий определяются в произвольных сечениях в интервале $x_n - x_k$. Если для этих

сечений определить эффективности по Мэрффри, то отрезок \overline{AB} определится как:

$$\overline{AB} = E_{My} \cdot \overline{AC}$$

Таким образом, отыскивая:

$$\overline{A_1B_1} = E_{My_1} \cdot \overline{A_1C_1}; \quad \overline{A_2B_2} = E_{My_2} \cdot \overline{A_2C_2},$$

Находят точки B_1, B_2, \dots, B и т.д., соединяя которые проводят кинетическую кривую. Число реальных ступеней разделения определяют как число ступеней, вписанных между рабочей (1) и кинетической (2) линиями (считают число точек на кинетической кривой; в данном случае 6 ступеней).

СРЕДНЯЯ ДВИЖУЩАЯ СИЛА

Если основное уравнение массопередачи модифицировать, заменив общую поверхность контакта фаз на произведение $a \cdot S \cdot H$, будем иметь:

$$M = K_y F \Delta y_{cp} = K_y \cdot S H_a \cdot \Delta y_{cp}$$

где, M – полный массовый (или мольный) поток;

Δy_{cp} – так называемая средняя движущая сила.

Выразив из последнего соотношения H и приравняв его к той же величине из уравнения (28), получим:

$$H = \frac{G(y_H - y_K)}{K_y \cdot a \cdot S \Delta y_{cp}} = \frac{G}{K_y a S} \int_{y_K}^{y_H} \frac{dy}{y - y^*}$$

откуда:

$$\Delta y_{\text{ср}} = \frac{y_{\text{н}} - y_{\text{к}}}{\int_{y_{\text{к}}}^{y_{\text{н}}} \frac{dy}{y - y^*}} = \frac{y_{\text{н}} - y_{\text{к}}}{n_{0y}} \quad (55)$$

Для частного случая малых концентраций (прямых рабочих и равновесной линий) ранее было показано:

$$n_{0y} = \frac{1}{1 - F_M} \ln \frac{y_{\text{н}} - mx_{\text{к}} - m_0}{y_{\text{к}} - mx_{\text{н}} - m_0} = \frac{1}{1 - F_M} \ln \frac{y_{\text{н}} - y^*(x_{\text{к}})}{y_{\text{к}} - y^*(x_{\text{н}})} \quad (32)$$

Подставив (32) в (55) будем иметь:

$$\Delta y_{\text{ср}} = \frac{(y_{\text{н}} - y_{\text{к}})(1 - F_M)}{\ln \frac{y_{\text{н}} - y^*(x_{\text{к}})}{y_{\text{к}} - y^*(x_{\text{н}})}} = \frac{(y_{\text{н}} - y_{\text{к}}) - (y_{\text{н}} - y_{\text{к}}) \frac{mG}{L}}{\ln \frac{y_{\text{н}} - y^*(x_{\text{к}})}{y_{\text{к}} - y^*(x_{\text{н}})}}$$

Из уравнения (1) для всего аппарата имеем:

$$(y_{\text{н}} - y_{\text{к}}) = \frac{L}{G} (x_{\text{к}} - x_{\text{н}})$$

тогда:

$$\Delta y_{\text{ср}} = \frac{(y_{\text{н}} - y_{\text{к}}) - \frac{L}{G} (x_{\text{к}} - x_{\text{н}}) \frac{mG}{L}}{\ln \frac{y_{\text{н}} - y^*(x_{\text{к}})}{y_{\text{к}} - y^*(x_{\text{н}})}} = \frac{(y_{\text{н}} - y_{\text{к}}) - (mx_{\text{к}} + m_0 - mx_{\text{н}} - m_0)}{\ln \frac{y_{\text{н}} - y^*(x_{\text{к}})}{y_{\text{к}} - y^*(x_{\text{н}})}}$$

Учитывая, что:

$$mx_{\text{к}} + m_0 = y^*(x_{\text{к}})$$

$$mx_{\text{н}} + m_0 = y^*(x_{\text{н}})$$

окончательно получим:

$$\Delta y_{\text{ср}} = \frac{[y_{\text{н}} - y^*(x_{\text{к}})] - [y_{\text{к}} - y^*(x_{\text{н}})]}{\ln \frac{y_{\text{н}} - y^*(x_{\text{к}})}{y_{\text{к}} - y^*(x_{\text{н}})}} \quad (56)$$

Выражение (56) носит название **среднелогарифмической движущей силы**.

Для тарельчатых колонн в пределах одной тарелки будем иметь:

$$\Delta y_{\text{cp}(n)} = \frac{[y_{n-1} - y^*(x_n)] - [y_n - y^*(x_{n+1})]}{\ln \frac{y_{n-1} - y^*(x_n)}{y_n - y^*(x_{n+1})}} \quad (57)$$

При расчете абсорбции рабочая линия $Y(X)$ является прямой в случае использования относительных массовых или относительных мольных концентраций. Если равновесная зависимость аппроксимируется функцией $Y = mX + m_0$, то расчет по выражению (56) вполне обоснован.

$$\Delta Y_{\text{cp}} = \frac{[Y_{\text{H}} - Y^*(X_{\text{K}})] - [Y_{\text{K}} - Y^*(X_{\text{H}})]}{\ln \frac{Y_{\text{H}} - Y^*(X_{\text{K}})}{Y_{\text{K}} - Y^*(X_{\text{H}})}} \quad (56')$$

В пределах одной ступени (тарелки) изменение расходов фаз и наклона линии равновесия, как правило, невелико, что делает обоснованным и использование соотношения (57).

Материал подготовлен с использованием лекций, прочитанных доцентом кафедры «Процессов и аппаратов» РХТУ им. Д.И. Менделеева Ю.Н. Ковалевым для преподавателей и аспирантов кафедры.