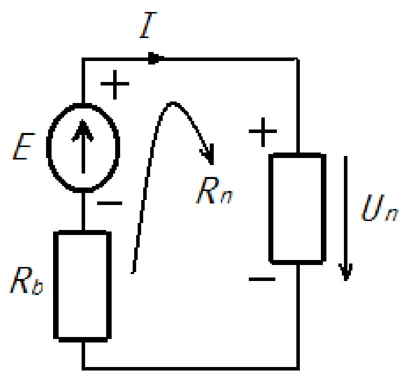
Раздел 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ

Лекция 1. Электрические цепи постоянного тока



E(В) – ЭДС источника;

$R_{\text{в}}$(Ом) – внутреннее сопротивление источника;

$R_{\text{п}}$ (Ом) – сопротивление потребителя;

$U_{\text{п}}$ (В) – напряжение на потребителе.

Рис. 1.1. Электрическая цепь постоянного тока

$I = \dfrac{E}{R_{\text{в}} + R_{\text{п}}} = \dfrac{U_{\text{п}}}{R_{\text{п}}}(\text{А}) -$ сила тока в цепи;

$P_{\text{u}} = E \cdot I(\text{ВА}) -$ мощность источника;

$P_{\text{n}} = U_{\text{п}} \cdot I = \dfrac{{U^2}_{\text{п}}}{R_{\text{п}}} = I^2 R_{\text{п}}(\text{Вт}) -$ мощность потребителя;

$\eta = \dfrac{P_{\text{п}}}{P_{\text{u}}} -$ КПД источника.

Законы Кирхгофа

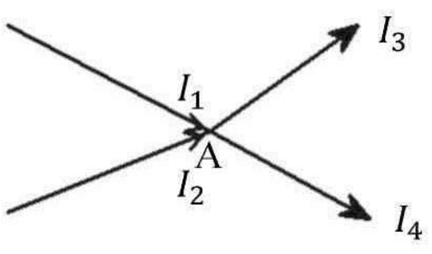
1-й закон: Алгебраическая сумма токов в узле равна нулю

$$\sum(\pm I) = 0$$

Узел(А)– точка в электрической цепи, где соединяются ветви цепи.

Ветвь – участок, по которому проходит один и тот же ток.

(+) – для токов, которые подходят к узлу; (−) – для токов, которые отходят от узла.



$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0$

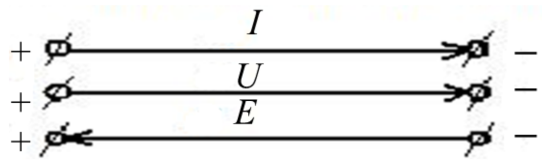
$I_1 + I_2 = I_3 + I_4$

2-й закон: Алгебраическая сумма ЭДС в замкнутом контуре равна алгебраической сумме падений напряжений и алгебраической сумме всех напряжений в этом же контуре

$$\sum(\pm E) = \sum(\pm IR) + \sum(\pm U) \text{ или } \sum E = \sum IR \text{, или } \sum U = 0$$

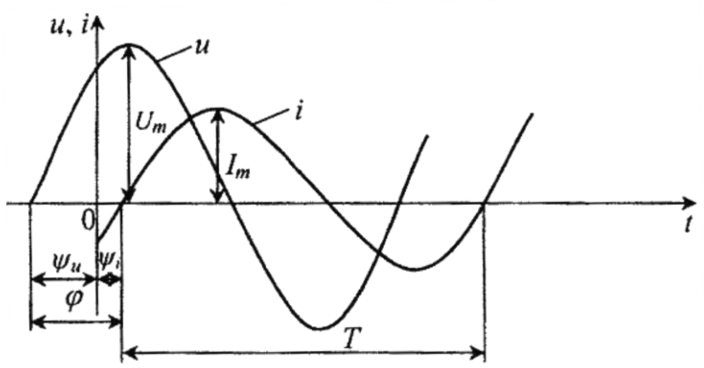
(+) – когда условный обход контура совпадает с *положительным направлением* (E, U, I)

Положительные направления:



Электрические цепи переменного (синусоидального) тока

Мгновенные значения тока (i), напряжения (u) и ЭДС (e) (i, u, e в данный момент времени).



$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$;

$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$;

$e = E_m \sin(\omega t + \psi_e)$.

Рис. 1.4. Графики мгновенных значений синусоидального тока и напряжения

$\omega = 2\pi f$ – угловая частота (с$^{-1}$);

$f=1/T$ – частота (число периодов в секунду), Гц, c^{-1};

T – период (время одного цикла), с;

ψ_i, ψ_u – начальные фазы тока и напряжения; φ - разность между начальными фазами напряжения и тока, рад;

I_m, U_m, E_m – амплитуды (max) значения.

Действующее значение (I) переменного тока совершает ту же работу, что и постоянный ток за время $t=T$(период), при прохождении через сопротивление R.

$$A_{\text{пост}} = PT = I^2RT,$$

$$A_{перем.} = \int_0^T P dt = \int_0^T i^2 R dt,$$ где A – работа, P – мощность.

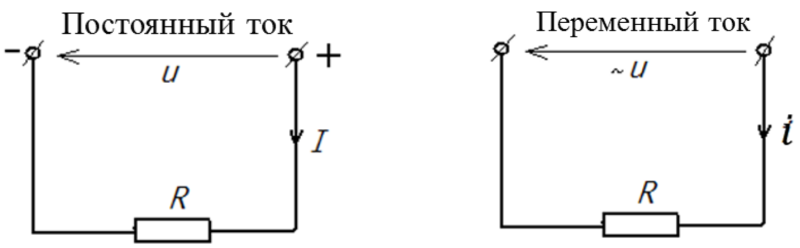


Рис. 1.5. Цепи постоянного и переменного тока

Если $A_{\text{пост}} = A_{\text{пер}}$, то $I^2RT = \int_0^T i^2R\,dt$, откуда действующее значение переменного тока:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt} \qquad (1.1)$$

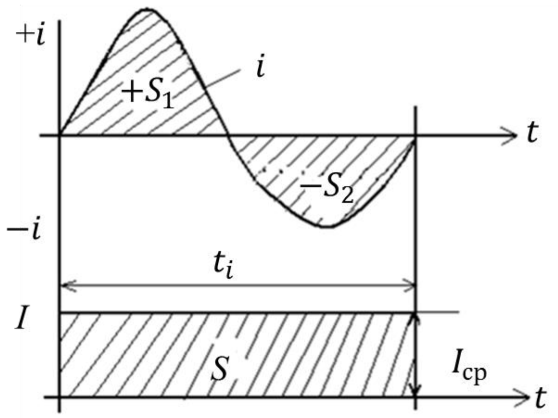
Подставляя $i = I_m \sin(\omega t)$ в (1.1) получим: $I = \sqrt{\frac{1}{T}\int\limits_0^T I_m{}^2 \sin^2(\omega t)dt}$.

Так как $\omega = 2\pi f = \dfrac{2\pi}{T}$; $\sin^2(\omega t) = \dfrac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t) = \dfrac{1}{2}\left(1 - \cos\dfrac{4\pi}{T}t\right)$, то

$$I = \sqrt{\frac{I_m^2}{2T}\int\limits_0^T dt - \frac{I_m^2}{2T}\underbrace{\int\limits_0^T \cos\frac{4\pi}{T}dt}_{0}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

По аналогии: $U = \dfrac{U_m}{\sqrt{2}}$, $E = \dfrac{E_m}{\sqrt{2}}$.

Среднее значение ($I_{\text{ср}}$) переменного тока (i)



$S_{\text{пер}} = S_1 - S_2 = \int_0^{t_i} i dt$– площадь для *переменного тока* іза время t_i;

$S_{\text{пост}} = It_i$– площадь для *постоянного тока* $I = I_{\text{ср}}$за время t_i ;

$$I_{cp}t_i = \int\limits_0^{t_i} idt.$$

Рис. 1.6. Равнозначные площади $S_{\text{пер}} = S_{\text{пост}}$ для переменного и постоянного токов

Если $S_{\text{пер}}$=$S_{\text{пост}}$, то постоянный ток I=$I_{\text{ср}}$; откуда $I_{\text{ср}}t_i = \int_0^{t_i} idt$,

соответственно среднее значение переменного тока за время t_i : $I_{cp} = \dfrac{1}{t_i}\int\limits_0^{t_i} idt$.

Изображение синусоидальных функций векторами

Синусоидальные функции, изменяющиеся с одной и той же частотой, можно рассматривать как вектора относительно друг друга (векторно складывать, умножать, делить). Вектор (A̲) в комплексной форме:

$$\underline{A} = \underbrace{a + jb}_{\text{Алгебраическая форма}} = \underbrace{A \cdot e^{j\alpha}}_{\text{Показательная форма}} = \underbrace{A\cos\alpha + jA\sin\alpha}_{\text{Тригонометрическая форма}}$$

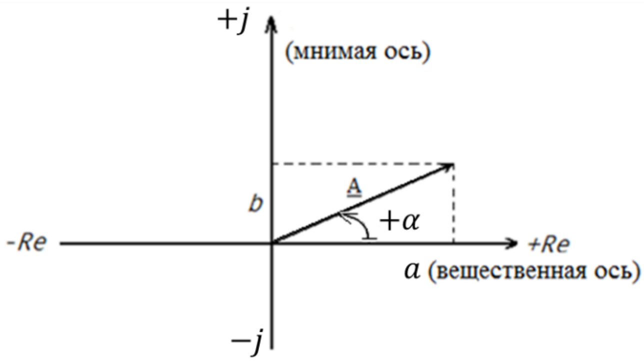


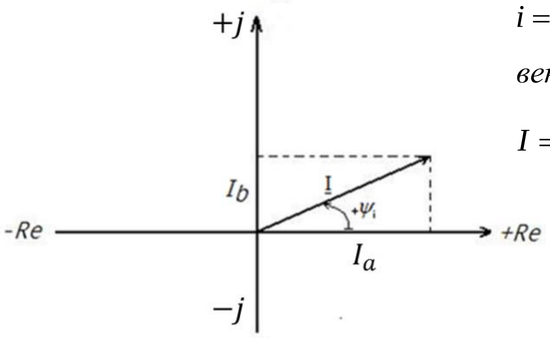
Рис. 1.7. Изображение вектора $\underline{A}$ в комплексном виде

$A = |\underline{A}| = \sqrt{a^2 + b^2}$ – модуль комплексного числа;

$e^{j\alpha}$ − оператор поворота вектора $\underline{A}$ относительно оси +Re;

$+\alpha, -\alpha$ − против часовой стрелки, по часовой стрелке относительно оси +Re.

Изображение синусоидальных токов в комплексной форме



$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$,

вектор тока: $\underline{I} = I_a + jI_b = Ie^{j\psi_i} = I\cos(\psi_i) + jI\sin(\psi_i)$

$I = |\underline{I}| = \sqrt{I_a^2 + I_b^2} = \dfrac{I_m}{\sqrt{2}}$ − *модуль тока* (действующее значение)

Рис. 1.8. Изображение вектора тока $\underline{I}$ в комплексном виде

I_a, I_b– вещественная часть (активная составляющая), мнимая часть (реактивная составляющая) комплекса тока;

ψ_i – угол поворота вектора тока $\underline{I}$относительно оси +Re;

$e^{j\psi_i}$ – оператор поворота вектора.

Напряжения и ЭДС в комплексной форме выглядят точно так же:

$$U = |\underline{U}| = \sqrt{U_a^2 + U_b^2} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}; E = |\underline{E}| = \sqrt{E^2{}_a + E^2{}_b} = \frac{E_m}{\sqrt{2}}.$$

Пример: ***дано:***

$$i = 10\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right), \text{найти } (\underline{I}) - \text{в комплексной форме}, I_m = 10; I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}}$$

решение:

$$\underline{I} = \frac{10}{\sqrt{2}} e^{+j45} = \frac{10}{\sqrt{2}}\cos(+45°) + j\frac{10}{\sqrt{2}}\sin(+45°) = \frac{10}{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{10}{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{2}}{2} = 5 + j5$$

Законы Кирхгофа для мгновенных значений переменного тока, напряжения и ЭДС (i, u, e)*:*

1-й закон: $\sum(\pm i) = 0$; 2-й закон: $\sum(\pm e) = \sum(\pm iR) + \sum(\pm u)$.