

Лекция 3. Синусоидальный ток в цепи последовательного соединения активного, емкостного и индуктивного сопротивлений

$$1) 0 = u_R + u_L + u_C - u = iR + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt - u,$$

$$2) i = I_m \sin(\omega t),$$

$$3) u = U_{Rm} \sin(\omega t) + U_{Lm} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) + U_{Cm} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}),$$

где $U_{Rm} = I_m R \Rightarrow U_R = IR$;

$U_{Lm} = I_m X_L \Rightarrow U_L = IX_L$, где $X_L = \omega L$;

$U_{Cm} = I_m X_C \Rightarrow U_C = IX_C$, где $X_C = \frac{1}{\omega C}$.

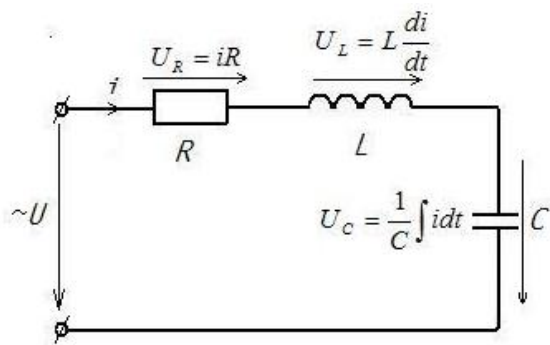


Рис. 1.18. Принципиальная схема с R , L , и ёмкостью C

Комплексные значения векторов:

$$\underline{I} = I e^{j0} = I$$

$$\begin{aligned} \underline{U} &= \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C = U_R + jU_L - jU_C = U_R + j(U_L - U_C) = IR + jIX_L - jIX_C = \\ &= I(R + jX_L - jX_C) = I[R + j(X_L - X_C)]. \end{aligned}$$

Комплексное сопротивление:

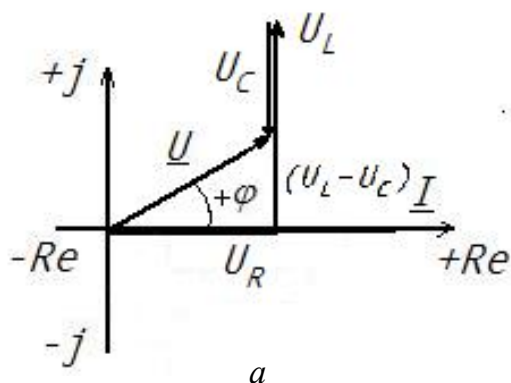
$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{I[R + j(X_L - X_C)]}{I} \Rightarrow R + j(X_L - X_C).$$

Модули полного сопротивления и напряжения:

$$\begin{aligned} Z &= |\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \\ U &= |\underline{U}| = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = I \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = IZ. \end{aligned}$$

Векторные диаграммы:

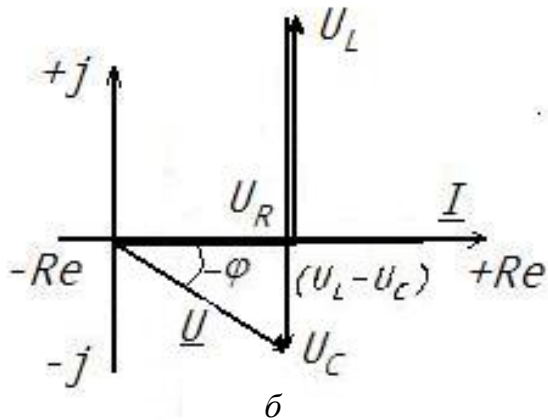
$$U_L > U_C (X_L > X_C)$$



$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{IX_L - IX_C}{IR} = \frac{X_L - X_C}{R}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \left(\frac{X_L - X_C}{R} \right)$$

$$U_L < U_C (X_L < X_C)$$

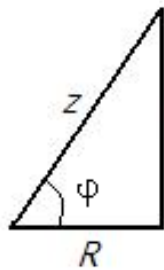


$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_C - U_L}{U_R} = \frac{IX_C - IX_L}{IR} = \frac{X_C - X_L}{R}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \left(\frac{X_C - X_L}{R} \right)$$

Рис. 1.19. а, б. Векторные диаграммы-напряжений.

Треугольники сопротивлений и мощностей



$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L - X_C}{R};$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}.$$

$Q_L = I^2 X_L$ – индуктивная мощность (на создание индуктивного потока);

$Q_C = I^2 X_C$ – емкостная мощность (на создание электрического поля);

$S(\text{ВА}), Q(\text{вар}), P(\text{Вт})$ – полная, реактивная и активная мощности.

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{IU}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{Q}{P} = \frac{Q_L - Q_C}{P}.$$

Полная мощность в комплексной форме для цепи R, L, C

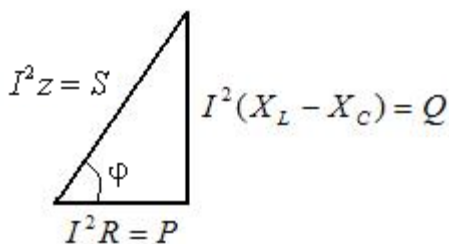
$$S = IU;$$

$$\underline{S} = S e^{+j\varphi} = IU \cos \varphi + jIU \sin \varphi = P + jQ$$

$$= I^2 R + jI^2 (X_L - X_C) =$$

$$= I^2 [R + j(X_L - X_C)] = I^2 Z = I^* \cdot IZ$$

$$= I^* U.$$



Представим квадрат модуля I^2 в виде

произведения $\underline{I}^* \cdot \underline{I}$, где \underline{I}^* – сопряженный

комплекс тока ($\underline{I}^* = I_a - jI_b$), если $\underline{I} = I_a + jI_b$; то модуль $I = |\underline{I}| = \sqrt{I_a^2 + I_b^2}$;

$$\underline{I}^* \underline{I} = (I_a + jI_b)(I_a - jI_b) = I_a^2 + I_b^2 = I^2.$$

Законы Кирхгофа в комплексной форме:

1-й закон $\sum(\pm \underline{I}) = 0;$

2-й закон $\sum(\pm \underline{E}) = \sum(\pm \underline{IZ}) + \sum(\pm \underline{U}).$