

**Лекция 7. Трехфазные схемы соединения потребителей и генератора звездой с нейтральным проводом симметричных потребителей – звездой или треугольником.**

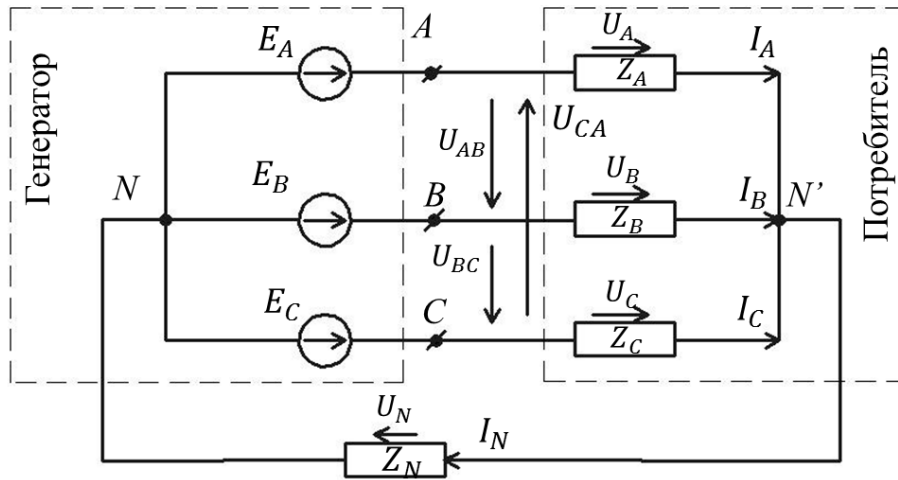


Рис. 1.34. Принципиальная схема с нейтральным проводом

Из второго закона Кирхгофа **векторы фазных напряжений потребителя** ( $\underline{U}_A, \underline{U}_B, \underline{U}_C$ ):

$$\underline{E}_A = \underline{U}_A + \underline{U}_N \Rightarrow \underline{U}_A = \underline{E}_A - \underline{U}_N, \underline{U}_B = \underline{E}_B - \underline{U}_N, \underline{U}_C = \underline{E}_C - \underline{U}_N.$$

**Векторы фазных токов потребителя:**

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_A} = (\underline{E}_A - \underline{U}_N)\underline{Y}_A; \underline{I}_B = \frac{\underline{U}_B}{\underline{Z}_B} = (\underline{E}_B - \underline{U}_N)\underline{Y}_B; \underline{I}_C = \frac{\underline{U}_C}{\underline{Z}_C} = (\underline{E}_C - \underline{U}_N)\underline{Y}_C,$$

где  $\underline{Y}_A = \underline{Z}_A^{-1}; \underline{Y}_B = \underline{Z}_B^{-1}; \underline{Y}_C = \underline{Z}_C^{-1}; \underline{Y}_A, \underline{Y}_B, \underline{Y}_C$  – полные комплексные проводимости фаз  $A, B$  и  $C$ ;  $\underline{Z}_A, \underline{Z}_B, \underline{Z}_C$  – полные комплексные сопротивления этих фаз.

По первому закону Кирхгофа **ток в нейтральном проводе:**

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = \underline{U}_N \underline{Y}_N. \quad (1.4)$$

Подставляя уравнения (1.3) в (1.4) получим:

$$\underline{U}_N \underline{Y}_N = \underline{E}_A \underline{Y}_A + \underline{E}_B \underline{Y}_B + \underline{E}_C \underline{Y}_C - \underline{U}_N (\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C).$$

Отсюда напряжение между нейтральными точками генератора и потребителя:

$$\underline{U}_N = \frac{\underline{E}_A \underline{Y}_A + \underline{E}_B \underline{Y}_B + \underline{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N} = \frac{E_m \left[ \underline{Y}_A + \left( -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \underline{Y}_B + \left( -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \underline{Y}_C \right]}{\sqrt{2}(\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N)} \quad (1.5)$$

**Выводы**

1. На практике сопротивление  $\underline{Z}_N$  нейтрального провода:  $\underline{Z}_N = 0 \Rightarrow \underline{Y}_N = \infty$ , тогда из уравнения (1.5):  $\underline{U}_N = 0$  при любой нагрузке (симметричной или несимметричной) и включенном нейтральном проводе.

2. При  $\underline{U}_N = 0$  ток в нейтральном проводе рассчитывают из первого закона Кирхгофа:

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = \frac{\underline{U}_N}{\underline{Z}_N} = \frac{0}{0} - \text{математическая неопределенность.}$$

Для несимметричной нагрузки эта математическая неопределенность реализуется определением токов в каждой фазе  $\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$ .

3. При  $\underline{U}_N = 0$  модули фазных напряжений потребителя при соединении звездой с нейтральным проводом при любой нагрузке (симметричной или несимметричной) всегда равны между собой:  $U_A = U_B = U_C = U_\phi = E = U_L/\sqrt{3}$ .
4. Трехфазная схема с нейтральным проводом применяется при несимметричной нагрузке ( $Z_A \neq Z_B \neq Z_C$ ) для освещения бытовых и производственных помещений, так как фазные напряжения равны между собой по величине.
5. При несимметричной нагрузке нейтральный провод не нужен, так как  $\underline{U}_N = 0, I_N = \underline{U}_N/Z_N = 0$ .

### Соединение звездой трехфазного симметричного потребителя.

**Условия симметрии:**

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}_\phi \quad (R_A = R_B = R_C = R_\phi; X_A = X_B = X_C = X_\phi).$$

Из прямоугольного треугольника  $OLN$  (рис. 1.35, б):

$$LN = \frac{U_{AB}}{2} = U_A \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} U_A, \text{ откуда } U_{AB} = \sqrt{3} U_A.$$

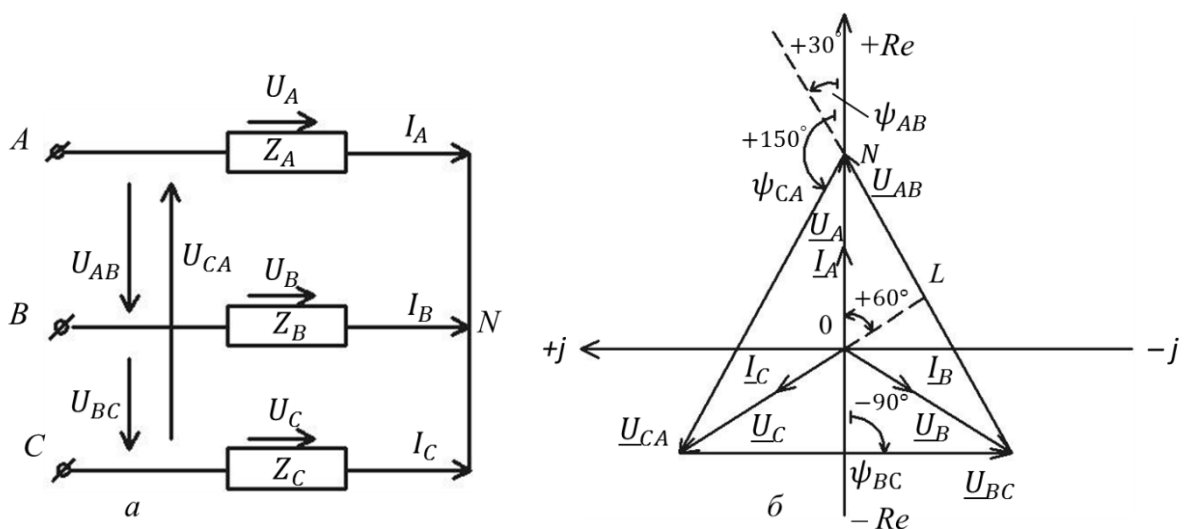


Рис. 1.35. Схема соединения потребителя звездой (а); векторная диаграмма (б)

**Фазные напряжения потребителя :**

$$\begin{aligned}\underline{U}_A &= \underline{E}_A - \underline{U}_N = \underline{E}_A = \frac{U_{AB}}{\sqrt{3}} e^{j0} = \frac{U_\phi}{\sqrt{3}}; \\ \underline{U}_B &= \underline{E}_B - \underline{U}_N = \underline{E}_B = \frac{U_{BC}}{\sqrt{3}} e^{-j120^\circ} = \frac{U_\phi}{\sqrt{3}} \left( -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right); \\ \underline{U}_C &= \underline{E}_C - \underline{U}_N = \underline{E}_C = \frac{U_{CA}}{\sqrt{3}} e^{j120^\circ} = \frac{U_\phi}{\sqrt{3}} \left( -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right).\end{aligned}\quad (1.6)$$

Отсюда **сумма векторов фазных напряжений потребителя** равна нулю (рис. 1.35, б):

$$\underline{U}_A + \underline{U}_B + \underline{U}_C = 0$$

**Модули фазных напряжений симметричного потребителя** равны между собой ( $U_A = U_B = U_C$ ) и смещены на  $120^\circ$  (рис. 1.35, б).

**Линейные напряжения потребителя.**

Согласно второму закону Кирхгофа и с учетом уравнений (1.6) векторы линейных напряжений:

$$\begin{aligned}\underline{U}_{AB} &= \underline{U}_A - \underline{U}_B = U_{AB} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2} \right) = U_\phi e^{j30^\circ}; \\ \underline{U}_{BC} &= \underline{U}_B - \underline{U}_C = -jU_{BC} = U_\phi e^{-j90^\circ}; \\ \underline{U}_{CA} &= \underline{U}_C - \underline{U}_A = U_{CA} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2} \right) = U_\phi e^{+j150^\circ}.\end{aligned}\quad (1.7)$$

Сумма **векторов линейных напряжений** равна нулю:  $\underline{U}_{AB} + \underline{U}_{BC} + \underline{U}_{CA} = 0$

**Модули линейных напряжений сети** равны между собой:

$$U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_\phi = \sqrt{3}U_\phi,$$

смещены на  $120^\circ$  и в  $\sqrt{3}$  раз больше фазных напряжений потребителя.

Определение углов  $\psi_{AB}, \psi_{BC}, \psi_{CA}$  (см. лекцию 5).

**Фазные (линейные) токи потребителя:**

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_A} \Rightarrow I_A = \frac{U_A}{Z_A}; \underline{I}_B = \frac{\underline{U}_B}{\underline{Z}_B} \Rightarrow I_B = \frac{U_B}{Z_B}; \underline{I}_C = \frac{\underline{U}_C}{\underline{Z}_C} \Rightarrow I_C = \frac{U_C}{Z_C},$$

где  $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}_\phi$ .

Соответственно, **модули токов** равны между собой:  $I_A = I_B = I_C = I_\phi = I_\phi$ .

**Фазные углы симметричных потребителей.**

Из треугольников сопротивлений фазные углы (между  $\underline{I}_A$  и  $\underline{U}_A$ ;  $\underline{I}_B$  и  $\underline{U}_B$ ;  $\underline{I}_C$  и  $\underline{U}_C$ ) для каждой фазы :

$$\operatorname{tg}\varphi_A = \frac{\pm X_A}{R_A}; \operatorname{tg}\varphi_B = \frac{\pm X_B}{R_B}; \operatorname{tg}\varphi_C = \frac{\pm X_C}{R_C}$$

Из условия симметрии ( $R_A = R_B = R_C$  и  $X_A = X_B = X_C$ ) следует:

$$\varphi_A = \varphi_B = \varphi_C = \varphi_\Phi$$

### Соединение симметричного трехфазного потребителя, треугольником

Условия симметрии:  $Z_{AB} = Z_{BC} = Z_{CA} = Z_\Phi$ ; или  $R_{AB} = R_{BC} = R_{CA} = R_\Phi$ ;

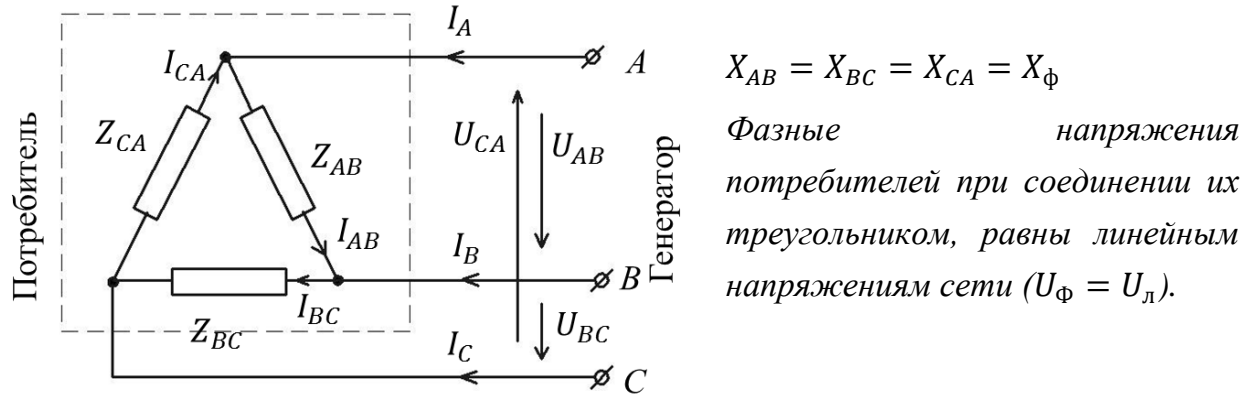


Рис. 1.36. Схема соединения потребителей треугольником

**Линейные (фазные) напряжения потребителя, соединенного треугольником:**

$$\begin{aligned} \underline{U}_{AB} &= U_{AB}^{j0} = U_\Delta; \quad \underline{U}_{BC} = U_{BC}^{-j120} = U_\Delta \left( -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right); \\ \underline{U}_{CA} &= U_{CA}^{+j120} = U_\Delta \left( -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right). \end{aligned} \quad (1.8)$$

Отсюда **сумма векторов линейных (фазных) напряжений** равна нулю

(см. рис. 1.37):  $\underline{U}_{AB} + \underline{U}_{BC} + \underline{U}_{CA} = 0$ .

**Модули линейных напряжений равны между собой:**

$$U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_\Phi = U_\Delta.$$

**Фазные токи симметричных потребителей** (см. рис. 36):

$$\begin{aligned} \underline{I}_{AB} &= \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}} e^{j0} = \frac{U_\Delta}{Z_{AB}} e^{j0} = I_\Phi; \\ \underline{I}_{BC} &= \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}} e^{-j120} = \frac{U_\Delta}{Z_{BC}} e^{-j120} = I_\Phi \left( -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right); \\ \underline{I}_{CA} &= \frac{\underline{U}_{CA}}{\underline{Z}_{CA}} e^{j120} = \frac{U_\Delta}{Z_{BC}} e^{j120} = I_\Phi \left( -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right). \end{aligned} \quad (1.9)$$

Отсюда **сумма векторов токов** (1.9) равна нулю ( $\underline{I}_{AB} + \underline{I}_{BC} + \underline{I}_{CA} = 0$ ), а **модули токов равны** между собой ( $I_{AB} = I_{BC} = I_{CA} = I_\Phi$ ). Углы между ними равны  $120^\circ$ .

**Линейные токи потребителя с учетом уравнений** (1.9) и (рис. 1.35, 1.36):

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA} = I_\Phi \left( \frac{3}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = I_\Delta \left( \frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2} \right) = I_\Delta e^{-j30};$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB} = I_\Phi \left( -\frac{3}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = I_\Delta \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} - j\frac{1}{2} \right) = I_\Delta e^{-j150^\circ}; \quad (1.10)$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC} = I_\Phi j\sqrt{3} = jI_\Delta = I_\Delta e^{+j90^\circ}.$$

Из прямоугольного треугольника  $OLN$  (рис. 1.37) следует:

$$LN = \frac{I_B}{2} = \underline{I}_{AB} \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} I_{AB}, \text{ или } I_B = \sqrt{3} I_{AB} \Rightarrow (I_\Delta = \sqrt{3} I_\Phi).$$

**Ток в линейных проводах** сети ( $I_A, I_B$  и  $I_C$ ), **при соединении потребителей** треугольником, **в  $\sqrt{3}$  раз больше фазных токов** ( $I_{AB}, I_{BC}$  и  $I_{CA}$ ).

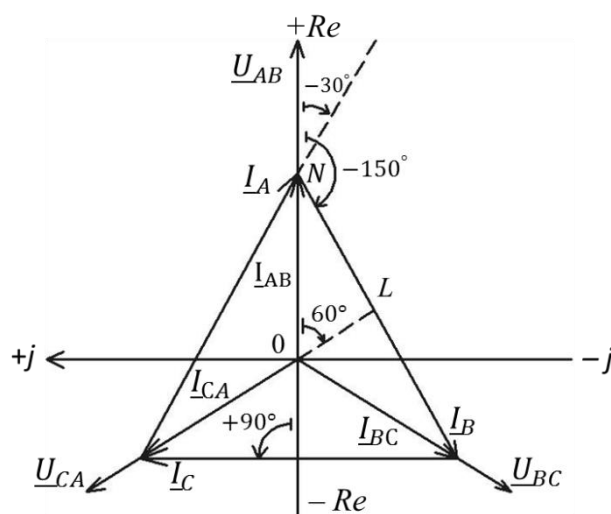


Рис. 1.37. Векторная диаграмма при соединении потребителей треугольником

Фазные углы находим из треугольника сопротивлений:

$$\operatorname{tg} \varphi_{AB} = \frac{\pm X_{AB}}{R_{AB}}; \quad \operatorname{tg} \varphi_{BC} = \frac{\pm X_{BC}}{R_{BC}}; \quad \operatorname{tg} \varphi_{CA} = \frac{\pm X_{CA}}{R_{CA}}$$

Из условия симметрии:  $\varphi_{AB} = \varphi_{BC} = \varphi_{CA} = \varphi_\Phi$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{X_{L\Phi} - X_{C\Phi}}{R_\Phi}$$

